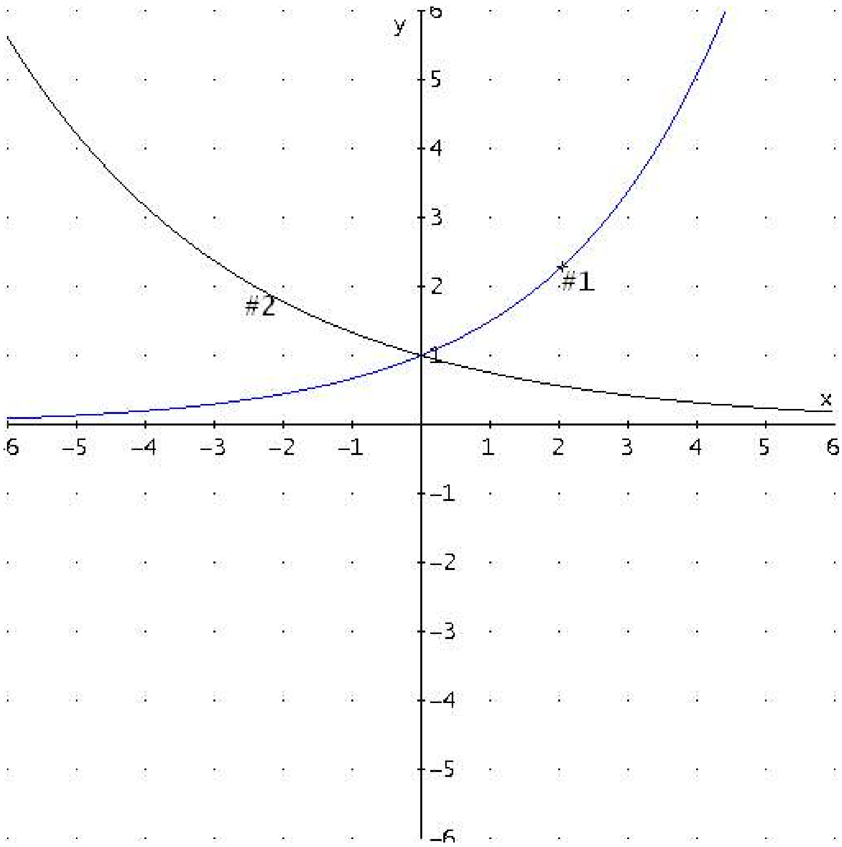
Si prendano in esame le funzioni

$$\#1: f(x): y=\left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$\#2: f(x): y=\left(\frac{3}{4}\right)^x$$

entrambe sono dette funzioni esponenziali e sono rappresentate nella figura seguente.



In generale una funzione esponenziale si trova scritta come

$$f(x): a^x=b$$

va imposto però perchè sia valida che

$$(a>0)\wedge(a\neq 1)$$
$$(b>0)$$

Fatte queste premesse si possono analizzare i casi in cui si ha $\#1: a>1$ oppure $\#2: (a>0)\wedge(a<1)$.(gli esempi in figura si adattano poiché $\frac{3}{2}$ rientra nella #1 e $\frac{3}{4}$ nella #2.).

Si prenda in analisi la $\#1: f(x): \left(\frac{3}{2}\right)^x=y$ e da subito si noti come il codominio di questa funzione è determinato dall'intervallo degli *y* che vanno da 0 a +∞

$$codom\, f(x)=]0;+\infty[$$

Osservando il grafico della funzione (in basso) si nota come

- La funzione sia strettamente crescente cioè

$$(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; x_1>x_2) \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$$

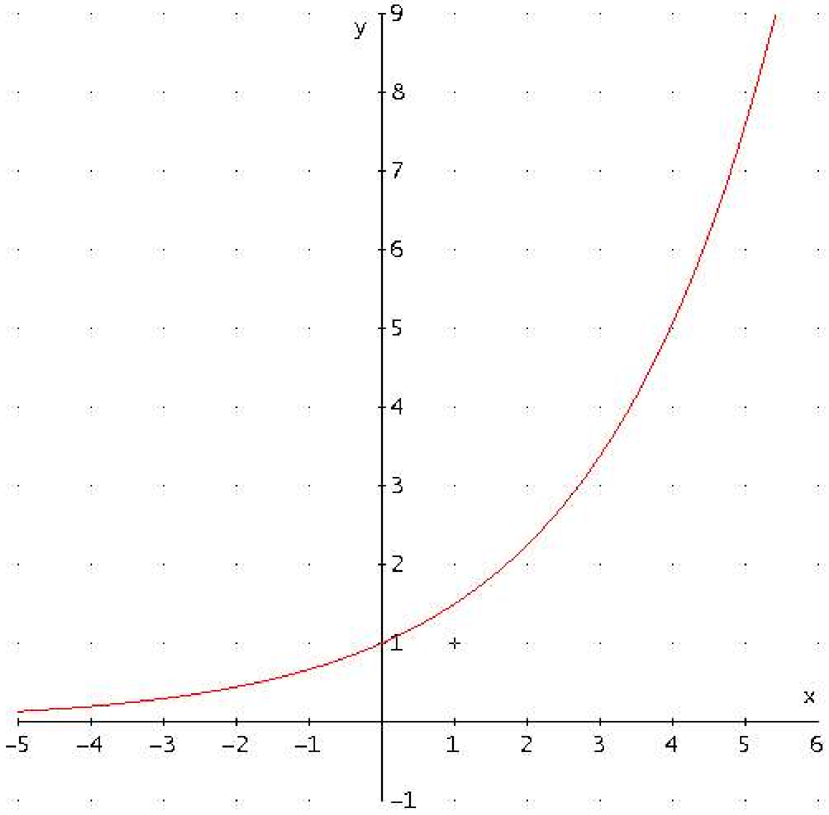
- Dal grafico si può inltre evincere come per *x* che tende a più infinito l'ordinata *y* sarà uguale a +∞

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

- Inoltre se si fa tendere x a meno infinito si nota come l'ordinata y sia ugale a 0 cioè si nota che l'asse delle ascisse è asintoto della curva che rappresenta la funzione

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$$

- Poiché la funzione è strettamente crescente per qualsiasi x si prenda si otterrà una una sola y.



Si prenda ora in analisi la $\#2: f(x): \left(\frac{3}{4}\right)^x = y$ e si noti come anche il codominio di questa funzione è determinato dall'intervallo degli y che vanno da 0 a $+\infty$

$$codom\, f(x) =]0; +\infty[$$

Osservando il grafico della funzione (in basso) si nota come

- Questa funzione sia strettamente decrescente cioè

$$(\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; x_1 > x_2) \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

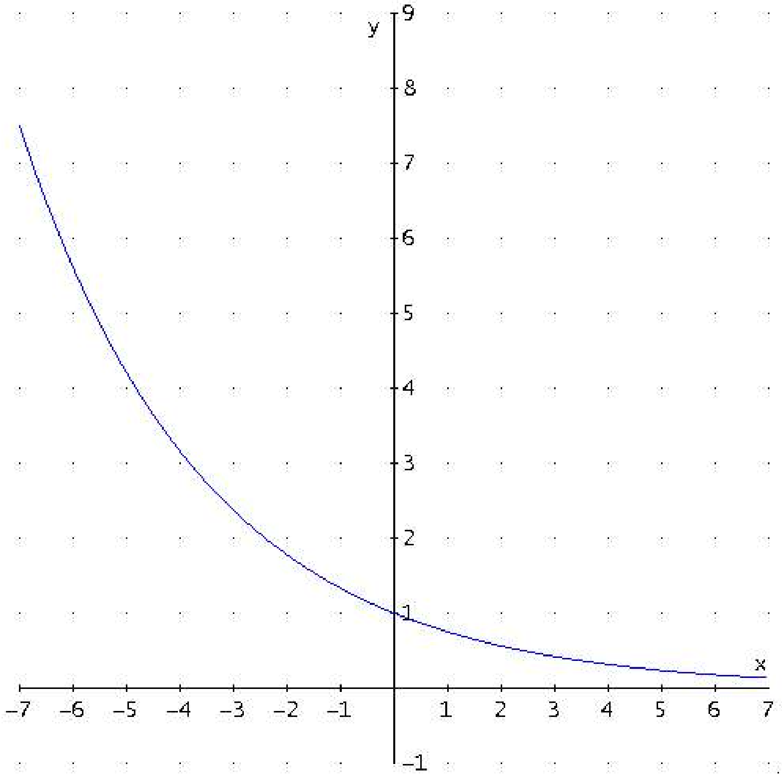
- Dal grafico si può inltre evincere come per x che tende a più infinito l'ordinata y sarà uguale a 0 cioè si nota che l'asse delle ascisse è asintoto della curva che rappresenta la funzione

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

- Inoltre se si fa tendere x a meno infinito si nota come l'ordinata y sia ugale a $+\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

- Poiché la funzione è strettamente decrescente per qualsiasi x si prenda si otterrà una una sola y.


y
9
8
7
6
5
4
3
2
1
x
−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1
1 2 3 4 5 6 7
−1

Riprendendo la funzione $a^x = b$ si può dire che x è definito come il logaritmo di b in base a quindi si può affermare che se si ha ad esempio $\log_3 9 = x$ possiamo affermare che $3^x = 9 \Rightarrow x = 2$.

Il Logaritmo come funzione gode di alcune proprietà:

- Il logaritmo di un numero in base a quello stesso numero è sempre uguale a uno

$$\log_a a = 1$$

- Il logaritmo di un prodotto di due o più numeri positivi è uguale alla somma dei logartimi dei singoli fattori

$$\log_a (m \cdot n) = \log_a m + \log_a n$$

- Il logaritmo di un quoziente di due numeri postivi è uguale alla differenza tra il logaritmo del dividendo e il logaritmo del divisore.

$$\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$$

- Il logaritmo della potenza di un numero positivo è uguale al prodotto dell'esponente per il logaritmo del numero.

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \log_a b^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

- Cambiamento di base. A volte lavorando può essere utele ricondurre un logaritmo a una base diversa.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$